

**FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO**



# **Teoria do Caos aplicada à previsão de preços**

**Joana Sofia Alves Lopes**

Mestrado Integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Orientador: Professor Dr. José Nuno Fidalgo

Co-orientador: Professor Dr. João Tomé Saraiva

19 de Julho de 2017



# Resumo

Os sistemas complexos podem ser interpretados com base na Teoria do Caos, que estuda o comportamento de sistemas com características de previsibilidade e ordem, apesar de serem aparentemente aleatórios. Tal acontece com os preços de eletricidade. Desta forma surgiu a necessidade de usar esta teoria para a previsão de preços de forma a avaliar o seu potencial comparativamente a outras técnicas utilizadas. Neste trabalho é estudada a viabilidade de prever preços de eletricidade com base na Teoria do Caos. Começa-se por implementar um sistema de previsão baseado nesta teoria. Em seguida, são realizados testes de previsão e são calculados os erros inerentes a esta previsão. O passo seguinte consiste em repetir a previsão mas utilizando redes neurais (a técnica mais utilizada hoje em dia em ambiente real de previsão). Na parte final, são comparadas as duas técnicas.



# Abstract

Caos theory can be a good approach when interpreting complex systems. This theory studies the behavior of systems whose characteristics have some level of predictability and order, although it may look random. This phenomenon is also present in electricity pricing. In order to obtain evaluate their potential this theory was applied. In this document it is study the viability of predicting prices based in Caos Theory. Primarily, a prediction, and consequent errors, is obtained using this technique, followed by a prediction of those sames pricing using neural networks ( which is the most used technique nowadays). Lastly, the results obtained from both techniques were compared and analyse.



# Agradecimentos

Antes de mais, queria agradecer ao Professor José Nuno Fidalgo por todo o apoio e tempo que disponibilizou para que esta dissertação fosse possível. Apesar das minhas distrações e contratempos estive sempre lá para me apoiar, quando receava que me ia "dar na cabeça".

Aos meus pais, Célia e Mileto e à minha irmã Rita que sempre me apoiaram em tudo. A eles devo todo o meu percurso tanto a nível pessoal como académico. Obrigada por permitirem que tenha um curso e por me educarem para ser a pessoa que sou. Obrigada por toda a preocupação ao longo deste percurso embora não percebam nada do que faço ou falo.

Ao meu namorado João Paulo que sempre me aturou ao longo deste percurso. Que se fartou de ouvir as minhas reclamações e queixas, por me acalmar sempre que começava a panicar e que sempre acreditou que era possível. A todas as vezes que me deixou desabafar mesmo que não percebesse nada ou não estivesse propriamente a ouvir. Todas as vezes que me acordou e fez trabalhar, a todas as vezes que o chateava só para ter certezas de coisas óbvias. Obrigada "minha pessoa".

Um obrigada especial ao grande génio da minha vida, o Pescador (João Correia). Ele é pessoa que torna tudo mais fácil e que percebe sempre tudo a uma velocidade que ninguém entende. Obrigada por todas as vezes que estudaste comigo, que vieste para a faculdade só para aturar a chata que nunca percebia nada e por seres a pessoa que és. Um obrigada especial também o Surfista e ao Que que perderam horas de estudo só para me ajudar nesta fase e por o fazerem a divertir-se imenso.

Àquela pessoa que mesmo que não soubesse o que se estava a passar sempre acreditou em mim, e me deu confiança para continuar e sempre me dizia "Tu consegues! Vamos lá trabalhar".

Agora por último mas não menos importante, um obrigada e carinho especial a todas as pessoas que partilham todos os dias comigo. Não vou estar a citar nomes, mas essas pessoas sabem quem são e sabem do significado que tem para mim, (012 sempre). A todas as pessoas que sabem que não se agradece, que não há amigos mas que se fazem amigos e que costumam estar incluídos no círculo de 4 para cima.

Joana Lopes





*“Tu consegues tudo, sempre conseguiste!”*

Célia Lopes



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Contexto . . . . .	1
1.2	Motivação . . . . .	1
1.3	Objetivos . . . . .	2
1.4	Estrutura da Dissertação . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>3</b>
2.1	Teoria do Caos . . . . .	3
2.1.1	Representação no espaço de fases . . . . .	4
2.1.2	Atratores . . . . .	4
2.1.3	Mapa Logístico . . . . .	5
2.2	Mercado MIBEL . . . . .	6
2.2.1	Mercado Diário . . . . .	6
2.2.2	Mercado Intradiário . . . . .	7
2.2.3	Separação de Mercados . . . . .	8
2.2.4	Mercado a longo prazo . . . . .	8
2.3	Métodos de previsão de preços . . . . .	9
2.3.1	Previsão de séries temporais . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Caos como previsão</b>	<b>13</b>
3.1	Reconstrução do espaço de fases . . . . .	13
3.1.1	Escolha do desfasamento temporal . . . . .	13
3.1.2	Escolha da dimensão de incorporação . . . . .	14
3.2	Expoentes de Lyapunov . . . . .	16
3.3	Modelo de Previsão . . . . .	16
3.4	Previsão usando Redes neuronais . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Implementação</b>	<b>21</b>
4.1	Série temporal de preços MIBEL . . . . .	21
4.2	Reconstrução do espaço de fases . . . . .	23
4.2.1	Escolha do desfasamento temporal . . . . .	23
4.2.2	Escolha da dimensão de incorporação . . . . .	24
4.2.3	Espaço de fases . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Previsão</b>	<b>25</b>
5.1	Previsão das 24 horas seguintes . . . . .	25
5.1.1	Previsão com a reconstrução do espaço de fases . . . . .	26
5.1.2	Previsão direta com o método K-NN . . . . .	27

5.1.3	Previsão utilizando redes neuronais . . . . .	29
5.2	Desempenho em todo o conjunto de teste . . . . .	30
5.2.1	Previsão com a reconstrução do espaço de fases do conjunto de teste . . .	30
5.2.2	Previsão do conjunto de teste utilizando os dados das variáveis fornecidas	31
5.2.3	Previsão do conjunto de teste utilizando redes neuronais . . . . .	32
5.3	Comparação de resultados . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Conclusões e Trabalho Futuro</b>	<b>35</b>
<b>A</b>	<b>Script para previsão das próximas 24h</b>	<b>37</b>
<b>B</b>	<b>Script para previsão do desempenho do conjunto de teste</b>	<b>39</b>
B.1	Previsão do conjunto de teste usando reconstrução do espaço de fases . . . . .	39
B.2	Previsão do conjunto de teste usando o método K-NN . . . . .	41
	<b>Referências</b>	<b>43</b>

# Lista de Figuras

2.1	Tipos de atratores. A-Ponto fixo; B- Ciclo Limite; C- Limite de Torus; D- Estra-	4
2.2	nho. Fonte: [1] . . . . .	
2.3	Diagrama de bifurcação para o mapa logístico. Fonte: [2] . . . . .	6
2.4	Obtenção do preço de mercado cruzando a curva da oferta com a de procura.	
2.5	Fonte: [3] . . . . .	7
2.6	Diagrama representativo das sessões do mercado intradiário. Fonte:[3] . . . . .	8
2.7	Diagrama que representa a ocorrência de Market splitting. Fonte: [3] . . . . .	9
2.8	Diagrama que representativo dos vários modelos de previsão. Fonte: [4] . . . . .	10
3.1	Esquema geral utilizado para a construção e teste de modelos preditivos. Fonte: [5]	17
3.2	Princípio básico da previsão usando k-NN. Fonte: [6] . . . . .	18
3.3	Estrutura de uma rede neuronal. Fonte: [7] . . . . .	19
4.1	Evolução temporal dos preços de eletricidade . . . . .	22
4.2	Histograma representativo da série temporal . . . . .	22
4.3	Informação mútua média . . . . .	23
4.4	Dimensão de incorporação mínima com o método dos falsos vizinhos . . . . .	24
5.1	Preços previstos e os reais para as 24h seguintes, usando reconstrução do espaço	
5.2	de fases, com o método K-NN . . . . .	27
5.3	Preços previstos e os reais para as 24h seguintes, usando o método K-NN . . . . .	28
5.4	Preços previstos e os reais para as 24h seguintes usando redes neuronais . . . . .	29
5.5	Preços previstos e os reais para o conjunto de teste usando a reconstrução do es-	
5.6	paço de fases . . . . .	31
5.7	Preços previstos e os reais do conjunto de teste usando o método do K-NN . . . . .	32
5.8	Preços previstos e os reais usando redes neuronais . . . . .	32



# Lista de Tabelas

3.1	Expoentes máximos de Lyapunov correspondentes a cada tipo de movimento. Fonte: [8] . . . . .	16
5.1	Valores do erro para o conjunto de teste . . . . .	33





# Abreviaturas e Símbolos

MIBEL	Mercado Ibérico de Eletricidade
OMIE	Operador do Mercado Ibérico de Eletricidade (Pólo Espanhol)
OMIP	Operador do Mercado Ibérico de Eletricidade (Pólo Português)
PPE	Previsão de Preços de Eletricidade
IMM	Informação Mútua Média
MAT	Muito Alta Tensão
k-NN	<i>k-nearest neighbors</i>
RMS	Erro quadrático médio



# Capítulo 1

## Introdução

Esta dissertação foi desenvolvida no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores, do ramo de Energia da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

O objetivo desta dissertação de mestrado é a aplicação da Teoria do Caos para a previsão de preços de eletricidade a curto prazo, mais especificamente para a previsão de preços do MIBEL, para o dia seguinte.

### 1.1 Contexto

A previsão de preços assume um papel muito importante para o funcionamento do sistema elétrico de energia, especialmente nos mercados competitivos.

Com o objetivo de fomentar a compatitividade e de terminar com a existência de monopólios nos mercados energéticos foi criado o mercado MIBEL. Este mercado provém de uma cooperação entre os governos de Portugal e Espanha e foi criado com o intuito de criar um mercado livre e competitivo, onde os consumidores podem escolher o seu fornecedor de energia.

O MIBEL tal como outros mercados bolsistas são eficientes, nos quais resultam preços muito voláteis e muito difíceis de prever. No caso em particular deste mercado de eletricidade, sabe-se que o preço horário é uma consequência da interseção das propostas de oferta e de compra.

Com o avanço da ciência, surgem modelos capazes de fazer essa previsão que são atualmente usados. Com o objetivo de melhorar e tornar estas previsões mais precisas e notando que se trata de uma série temporal com características caóticas, surge a ideia de utilização da Teoria do Caos como método de previsão.

### 1.2 Motivação

Uma boa previsão tem demasiada importância para os agentes de mercado. Pelo que é de extrema importância que essas previsões sejam tão corretas e precisas quanto possível. Uma correta previsão permite vários benefícios tanto para os produtores como para os consumidores. Como

tal, surge a necessidade de criar e estudar novos modelos que permitam que estes valores previstos sejam o mais coincidentes com os da realidade.

Esta previsão de preços varia de acordo com vários fatores, tais como o consumo, como a produção de eólica, de hídrica, a altura do ano em que se encontra, etc. Os preços podem então ser previstos a longo, médio ou curto prazo. De salientar que este trabalho encontra-se focado na previsão de curto prazo.

### 1.3 Objetivos

Este projeto tem como objetivo estudar a viabilidade de aplicar modelos baseados na Teoria do Caos para previsão dos preços de eletricidade, como meio de incrementar o desempenho oferecido pelas técnicas mais convencionais.

Após aplicação do modelo baseado na Teoria do Caos serão comparadas com outras técnicas, onde serão confrontados diferentes parâmetros, como índices de desempenho (erros), tempos de treino, flexibilidade e capacidade de filtragem de casos anómalos e facilidade de parametrização dos modelos.

Na comparação entre técnicas, serão confrontados diferentes tipos de índices de desempenho (erros), bem como tempos de treino, flexibilidade e capacidade de filtragem de casos anómalos e facilidade de parametrização dos modelos.

### 1.4 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação para além da introdução, contida no presente capítulo contém mais 5 capítulos. No capítulo 2, é descrito o estado da arte, abordando os tópicos de Teoria do Caos, Mercado MIBEL e por fim, métodos de previsão. O capítulo 3 encontra-se a metodologia utilizada para obter todos os parâmetros para a previsão e uma descrição dos métodos utilizados para a previsão. No capítulo 4 são apresentados a implementação desses métodos sendo apresentados os resultados obtidos para os parâmetros da reconstrução do espaço de fases. Já no capítulo 5 são apresentados todos os resultados provenientes da previsão sendo comparados os vários métodos. Por último, no capítulo 6 são apresentadas todas as conclusões sobre o projeto assim como potenciais trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Revisão Bibliográfica

Neste capítulo pretende-se explicar em que consiste a Teoria do Caos e os principais métodos de previsão de preços de eletricidade. Será também descrito o mercado MIBEL, de forma a que seja possível uma melhor compreensão de como este funciona.

### 2.1 Teoria do Caos

Foi em 1961 que o matemático e meteorologista Edward Lorenz fez uma descoberta estranha. Lorenz com o intuito de prever o tempo, por meio de um computador, tentou integrar as equações numericamente no tempo, com o objetivo de simular uma previsão a longo prazo. Após a obtenção de resultados da simulação e posterior comparação, ele apercebeu-se que após um período de tempo apresentavam comportamentos diferentes [9].

Lorenz, sabendo que os sistemas dinâmicos poderiam ser de entre 3 categorias:

- Sistemas estáveis - sistemas que convergem para um valor fixo.
- Sistemas periódicos - sistemas que estabelecem oscilações periódicas.
- Sistemas ruidosos - Sistemas imprevisíveis que são caracterizados por flutuações irregulares.

Reparou que o comportamento observado, não se enquadrava em nenhuma destas categorias. A dinâmica do seu modelo exibia uma característica que não era comum: dois pontos localizados a uma distancia mínima seguiam rotas bastante divergentes. Os sistemas como o observado por Lorenz são denominados de caóticos [10].

Toda esta descoberta permitiu concluir-se que uma pequena perturbação nas condições iniciais pode levar a grande perturbações na evolução do sistema. Esta sensibilidade às condições iniciais é uma característica fundamental que diferencia os sistemas complexos caóticos determinísticos dos restantes.

A partir deste momento, concluiu-se que os resultados podem ser instáveis, apresentando uma evolução temporal muito sensível aos seus parâmetros e às suas variáveis. Pode também constatar-se que as condições iniciais e a interação com o meio afetam a resposta do sistema de modo complexo e aparentemente aleatório.

Todo este fenômeno ficou conhecido como *Butterfly Effect* (Glieck, 1987):

*"Does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas?"* [8]

### 2.1.1 Representação no espaço de fases

O espaço de fases de um sistema dinâmico é definido como o espaço formado pelas variáveis dependentes que descrevem a dinâmica de um sistema. Logo, para um determinado instante, as coordenadas num ponto do espaço de fases, correspondem aos valores das variáveis de estado do sistema para esse mesmo instante. Essas coordenadas normalmente são designadas por vetores de estado [11].

### 2.1.2 Atratores

O atrator é a representação da dinâmica de um sistema no espaço de fases. Estes atratores são encontrados em muitos sistemas dinâmicos, podendo ser de 4 tipos:

- Atrator de ponto fixo - Correspondem a sistemas estáveis, cuja representação no espaço de fases converge ao longo do tempo para um estado fixo;
- Atrator Ciclo limite: Correspondem a sistemas periódicos, cuja representação no espaço de fases esta definida por uma órbita fechada, composta por dois ou mais pontos;
- Atrator de limite de Torus: quando há mais que uma frequência na trajetória periódica através do estado de um ciclo limite;
- Atrator estranho: caracteriza o comportamento de sistemas caóticos em um espaço de fase. A sua representação tem orbitas que nunca repetem o mesmo caminho;

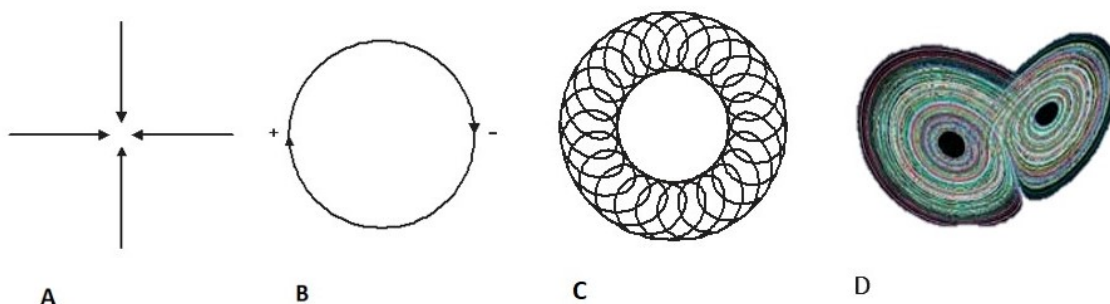


Figura 2.1: Tipos de atratores. A-Ponto fixo; B- Ciclo Limite; C- Limite de Torus; D- Estranho. Fonte: [1]

De referir que o atrator estranho (D) representado na figura 2.1 da página 4 é um atrator de Lorenz.

### 2.1.3 Mapa Logístico

De forma a que haja uma melhor compreensão de como os sistemas dinâmicos se relacionam com os atratores é comum usar-se como exemplo os mapas logísticos. Este tipo de mapa pode gerar padrões complexos apesar de ter uma representação simples e pode ser definido pela seguinte equação:

$$x(n+1) = A \cdot x(n) \cdot [1 - x(n)] \quad (2.1)$$

Onde  $A$  é uma constante que pode variar e que altera o comportamento do sistema.

Este tipo de mapas são um bom exemplo de como pequenas variações podem alterar a dinâmica de um sistema. Neste tipo de equações evidenciam características de sistemas caóticos: a sensibilidade a condições iniciais. Variando o valor da constante  $A$ , pode-se obter os seguintes tipos de sistemas [11]:

- **Sistemas estáveis** - Neste tipo de sistemas quando  $n$  tende para infinito a série  $x(n)$  converge para um ponto de equilíbrio, oscilando em torno de um valor. Este tipo de sistemas, no espaço de fases corresponde a um atrator do tipo ponto fixo, sendo este um ponto fixo estável.
- **Sistemas instáveis periódicos** - Estes sistemas quando  $n$  tende para infinito, a série pode oscilar entre dois ou quatro valores fixos. Neste caso, a sua representação no espaço de fases corresponde a um atrator de ciclo limite, onde o sistema oscila entre 2 ou 4 estados, respetivamente.
- **Sistemas não periódicos, denominados caóticos** - Estes sistemas oscilam por infinitos estados, não revelando periodicidade. A representação no espaço de fases corresponde a um atrator caótico, onde todas as órbitas nunca percorrem o mesmo caminho, mas estão confinadas a uma região do espaço que apresenta uma forma parabólica.

Associado a este tipo de sistemas, surgem os diagramas de bifurcação. Este termo está associado à mudança qualitativa na evolução de um sistema como consequência da variação dos seus parâmetros [9]. Na figura 2.2 da página 6 é possível verificar um diagrama de bifurcação, onde se consegue verificar por quantos estados possíveis passa  $x(n)$  quando  $n$  tende para infinito, que nos permite compreender melhor os sistemas acima referidos.

De acordo com a figura 2.2, observa-se que até para  $A$  aproximadamente igual a 3, o sistema é estável, depois apresenta instabilidade podendo oscilar entre 2 ou 4 valores fixos (ramificações observadas), até que para um valor de  $A$  aproximadamente igual a 3,6 o comportamento do sistema, começa a revelar-se caótico.

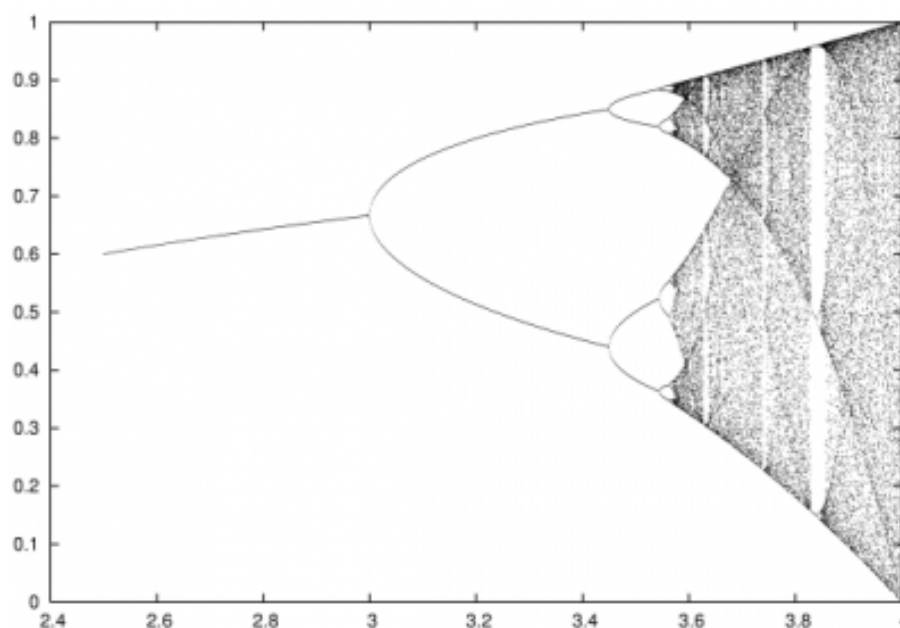


Figura 2.2: Diagrama de bifurcação para o mapa logístico. Fonte: [2]

## 2.2 Mercado MIBEL

O mercado MIBEL permitiu a criação de um regime liberalizado a nível ibérico e que cada consumidor passou a ter possibilidade de adquirir energia elétrica em regime de livre concorrência.

Neste mercado liberalizado os preços adquirem características voláteis e incertas, uma vez que estes preços são obtidos através de propostas de oferta e compra. Este mercado é vantajoso para os consumidores uma vez que estes podem escolher livremente o seu fornecedor de energia, e como tal, conseguem uma melhoria na qualidade de serviço a preços mais económicos. Assim, torna-se de extrema importância prever o preço futuro da energia para uma melhor definição estratégica de despacho e consequente lucro para os produtores como também para grande benefício para o consumidor final.

Abordando agora a gestão do mercado MIBEL, esta é feita pela OMIE responsável pela gestão do mercado diário e intra-diário e pela OMIP responsável pela gestão do mercado a prazo.

### 2.2.1 Mercado Diário

O mercado diário é a "plataforma onde se transaciona eletricidade para entrega no dia seguinte ao da negociação"[3]. O preço é formado para cada uma das 24 horas de cada dia, todos os dias do ano. Atualmente, a hora de negociação é determinada até as 11h (hora de Portugal) todos os dias. O preço de mercado é então encontrado através de um processo onde o preço da oferta é ordenada crescentemente e de compra de forma decrescente. O preço de equilíbrio é encontrado no cruzamento das curvas de oferta e de procura, obtendo-se assim o preço que garante que a oferta satisfaz a procura. Tal pode ser verificado na figura 2.3 na página 7:



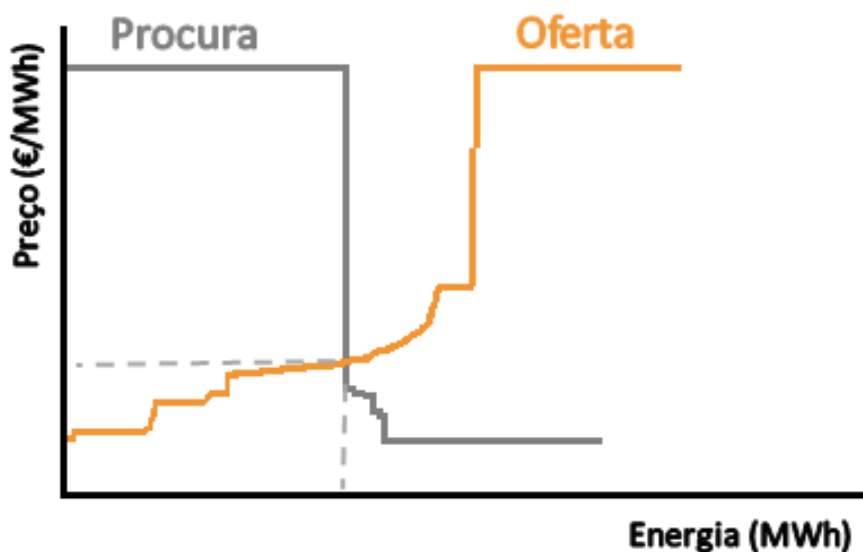


Figura 2.3: Obtenção do preço de mercado cruzando a curva da oferta com a de procura. Fonte: [3]

### 2.2.2 Mercado Intradiário

O mercado intra-diário é um complemento ao mercado diário, onde se transaciona a eletricidade para ajustar as quantidades transacionados no mercado diário. Este mercado está dividido por 6 sessões realizando cada uma delas uma intersecção de índole marginal entre a oferta e a procura:

- A primeira sessão de intradiário forma preço para as 4 últimas horas do dia de negociação e para as 24 horas do dia seguinte ao da negociação.
- A segunda sessão de intradiário forma preço para as 24 horas do dia seguinte ao da negociação.
- A terceira sessão de intra diário forma preço para as 20 horas compreendidas entre a hora 5 e a hora 24 do dia seguinte ao da negociação.
- A quarta sessão de intra-diário forma preço para as 17 horas compreendidas entre a hora 8 e a hora 24 do dia seguinte ao da negociação.
- A quinta sessão de intra-diário forma preço para as 13 horas compreendidas entre a hora 12 e a hora 24 do dia seguinte ao da negociação.
- A sexta sessão de intra diário forma preço para as 9 horas compreendidas entre a hora 16 e a hora 24 do dia seguinte ao da negociação.

Na seguinte figura 2.4, está uma representação das sessões supracitadas.



Figura 2.4: Diagrama representativo das sessões do mercado intradiário. Fonte:[3]

### 2.2.3 Separação de Mercados

Em certas ocasiões, é necessário prever a circunstância em que a utilização de interligação entre Portugal e Espanha não comportam os fluxos transfronteiriços de energia que teria sido determinado com o cruzamento das ofertas. Ou seja, quando as interligações (linhas de transporte entre Portugal e Espanha) ficam congestionadas. Quando acontece, ocorre um mecanismo denominado de Market Splitting mais conhecido por separação de mercados. Ou seja, neste período os países passam a operar individualmente, e consequentemente, são encontrados preços específicos para cada um dos países. Na figura 2.5 é possível verificar todos os procedimentos que levam à ocorrência do Market Splitting.

### 2.2.4 Mercado a longo prazo

O mercado a longo prazo é um mercado organizado que oferece ferramentas de gestão de risco sob a forma de derivados tendo como objetivo o estabelecimento de contratos de compra e venda de energia elétrica a longo prazo. Ou seja, compreende transações referentes a blocos de energia com entrega depois do dia seguinte da transação. A OMIP, responsável pela gestão do mercado a longo prazo oferece instrumentos para o estabelecimento de contratos. Estes são:

- Contratos Futuro – Contrato de compra ou venda de energia para um determinado tempo, em que o comprador se compromete no período da entrega, a adquirir eletricidade e o vendedor se compromete a colocar essa eletricidade, a um preço que é determinado no momento da transação. Os ganhos e as perdas resultantes das flutuações de preços durante a fase de negociação são liquidados numa base diária;
- Contratos Forward - Contrato semelhante aos contratos do futuro com a diferença na forma de liquidação dos ganhos e das perdas. Neste tipo de contrato as transações ocorrem apenas durante o período da entrega e numa base mensal;

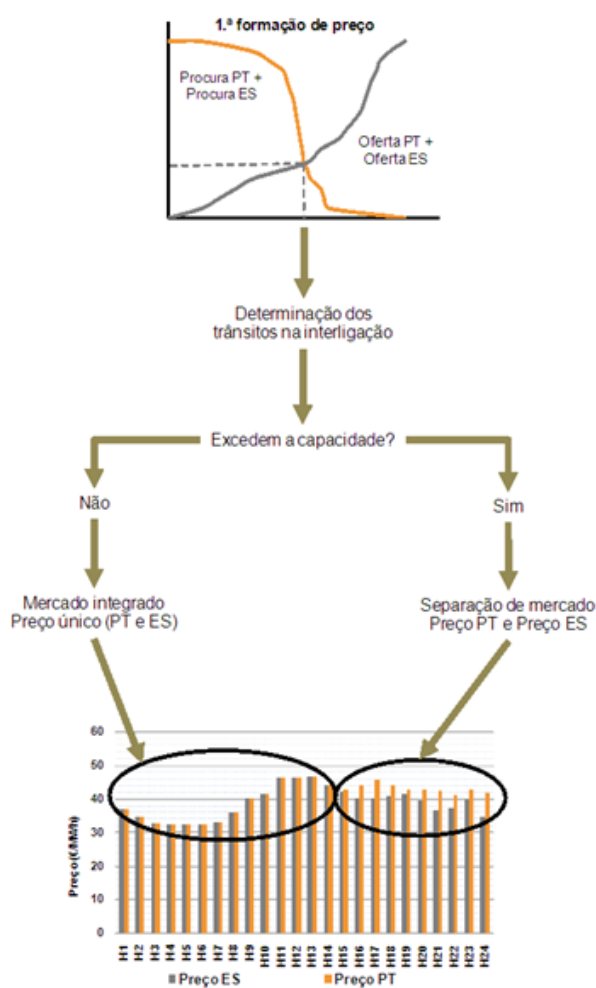


Figura 2.5: Diagrama que representa a ocorrência de Market splitting. Fonte: [3]

- Contratos SWAP - Contrato em que se troca uma posição em preço variável por uma posição de preço fixo ou vice-versa, conforme o sentido da troca. Estes contratos destinam-se a gerir o risco financeiro, consequentemente não existindo entrega física do produto mas apenas a liquidação das margens correspondentes.

## 2.3 Métodos de previsão de preços

Devido à grande volatilidade dos preços de eletricidade, a sua previsão tornou-se uma ferramenta essencial para as empresas de energia. A previsão de preços de eletricidade (PPE) pode ser de 3 tipos consoante o horizonte temporal: curto, médio e longo prazo.

Após pesquisa, verifica-se a existência de métodos muito variados, que podem ser aplicados na PPE. Tais métodos estão estruturados no esquema presente na figura 2.6.

De seguida, serão focados e descritos os vários modelos referentes à previsão por modelos de series temporais.

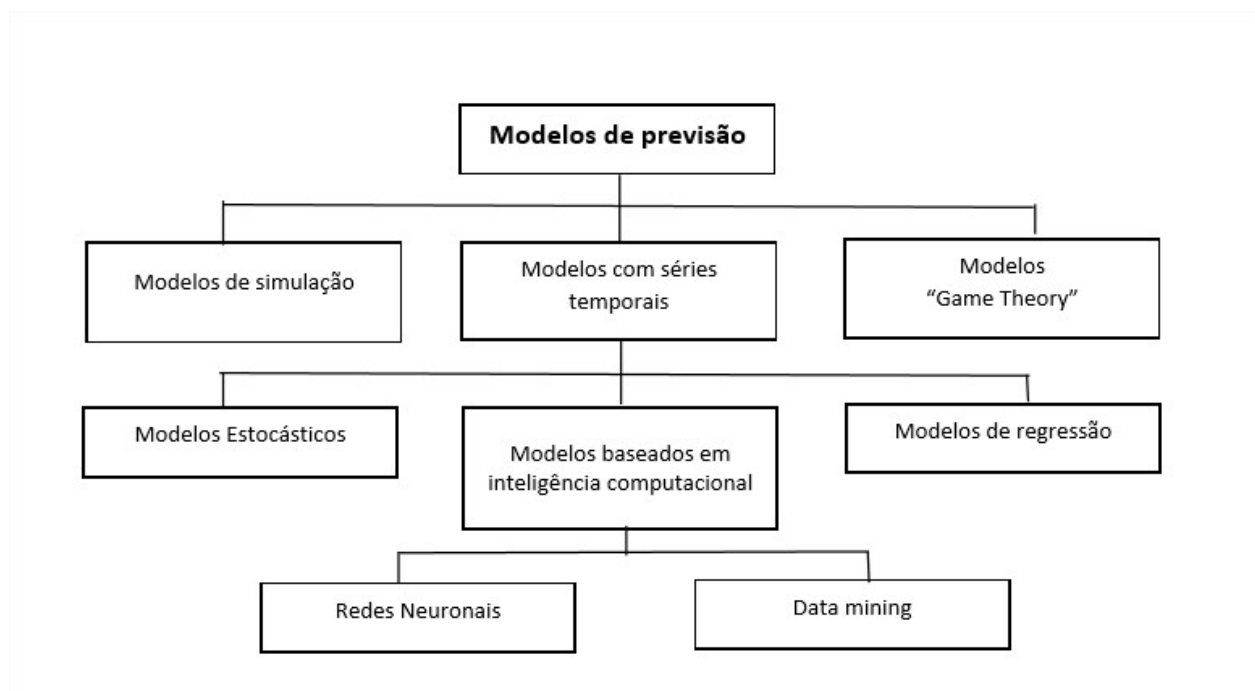


Figura 2.6: Diagrama que representativo dos vários modelos de previsão. Fonte: [4]

### 2.3.1 Previsão de séries temporais

Este tipo de métodos de previsão é um método que se foca no comportamento passado de uma variável. Como se pode verificar no diagrama da figura 2.6 da página 10, este tipo de modelos engloba três tipos de abordagens discriminados a seguir.

#### 2.3.1.1 Modelos estocásticos ou de "Box-Jenkins"

Este tipo de modelos são modelos matemáticos, que visam captar o comportamento da correlação da série ou auto-correlação entre os valores da serie temporal e com base nesse comportamento realizar previsões futuras [12].

Este tipo de modelo pode dividir-se em [13]:

- Modelos auto-regressivos (AR);
- Modelo de média móvel (MA);
- Mistos "Box-Jenkins" e multi-variável (ARMA, ARIMA, MARIMA);

#### 2.3.1.2 Modelos de regressão

Este tipo de modelos é baseado na relação entre uma variável dependente (neste caso, preço da eletricidade) e uma serie de variáveis independentes, que são conhecidas ou podem ser estimadas.

Este tipo de modelo também inclui modelos como:

- Regressão linear;
- Multi-regressão linear;
- Multi-regressão não linear;
- Modelos econométricos;

#### **2.3.1.3 Inteligência computacional**

Estes modelos podem ser considerados como modelos não paramétricos que mapeiam a relação entrada-saída sem explorar o processo subjacente.

Estes modelos podem ser ainda divididos em duas categorias [4], tal como verificado no diagrama da figura 2.6 na página 10:

- Redes neuronais;
- Modelos de Data mining



## Capítulo 3

# Caos como previsão

Neste capítulo, serão explicados de forma sucinta os passos necessários para a reconstrução do espaço de estados, cálculo dos expoentes de Lyapunov e os métodos utilizados para a previsão.

### 3.1 Reconstrução do espaço de fases

Um dos principais fundamentos por trás da Teoria do Caos é o teorema de incorporação mais conhecido por teorema de Takens [5]. Este teorema permite a reconstrução do espaço de fases de uma trajetória de sistemas a partir da medição de apenas uma variável independente.

Dada a serie temporal com  $N$  observações, em cada tempo  $t$  é dado por um conjunto de  $M$  pontos  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$  tais que:

$$M = N - (m - 1)T \quad (3.1)$$

O teorema de Takens afirma que, se a dimensão de incorporação for suficientemente grande, um ponto  $Y_t$  no tempo  $t$  em  $\mathbb{R}^m$  (dimensão  $m$ ) e o ponto  $X_t$  no tempo  $t$ , no espaço de fases original em  $\mathbb{R}^n$  (dimensão  $n$ ) tem a mesma evolução (geralmente,  $n \gg m$ ).

Este teorema é baseado na obtenção de vetores de estados atrasados da serie temporal original  $\{x(n)\}$  de modo que o espaço de fases passe a ser definido pelo conjunto de vetores  $y(k)$  definidos por:

$$Y(k) = \{x(k), x(k+L), \dots, x(k+(d-1)L)\} \quad (3.2)$$

Onde  $L$  corresponde ao desfasamento temporal e  $d$  corresponde à dimensão de incorporação do novo espaço de fases reconstruído.

#### 3.1.1 Escolha do desfasamento temporal

A qualidade de um atrator reconstruído é muito sensível ao valor de retardo de tempo escolhido. Neste caso, existem dois métodos de determinação do desfasamento temporal. Um deles

baseia-se na função de autocorrelação. Neste método o valor atribuído para o valor do desfaseamento corresponde ao primeiro zero da função de autocorrelação, ou seja, onde se verifica que não existe uma correlação linear entre  $x(n)$  e  $x(n+L)$ .

Outro método de determinação é o uso da Informação Mutua Média (IMM). Este método indica em que grau, uma série temporal contém informação acerca de outra série temporal. Com a pesquisa efetuada, concluiu-se que para este tipo de processo é mais eficiente utilizar o segundo método referenciado (IMM).

Fixando agora no método de IMM, tendo uma série temporal  $\{x(n)\}$  de comprimento  $N$  e outra serie temporal  $\{y(n)\}$  de comprimento  $M$ , assume-se que a IMM é calculada pela seguinte fórmula:

$$IMM(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M P[(x(i), y(j))] * \log_2 \frac{P[x(i), y(j)]}{P[x(i)] \cdot P[y(j)]} \quad (3.3)$$

No nosso caso, o nosso  $y(j)$  é a nossa série original mas desfasada  $L$  posições. Ou seja, consideramos que  $y(i)=x(i+L)$ . Como tal, queremos o IMM entre a série temporal  $\{x(n)\}$  e a serie desfasada  $L$  posições, obtendo a seguinte expressão da IMM em função de  $L$ :

$$IMM(L) = \sum_{x(i), x(i+L)} [(x(i), y(i))] * \log_2 \frac{P[x(i), x(i+L)]}{P[x(i)] \cdot P[x(i+L)]} \quad (3.4)$$

Onde  $P[x(i)] \cdot P[x(i+L)]$  é a probabilidade conjunta de  $x(i)$  e  $x(i+L)$  e  $P[x(i), x(i+L)]$  é a probabilidade marginal de observar  $x(i)$  e  $x(i+L)$ .

Após a obtenção da IMM em função do  $L$ , observa-se que para  $L=0$ , a IMM é máxima uma vez que as séries coincidem. À medida que o  $L$  aumenta, a IMM diminui, até que atinge um mínimo e aumenta outra vez. O primeiro mínimo de IMM observado dá o atraso  $L$  para o qual  $x(i+L)$  adiciona a máxima informação ao conhecimento que temos de  $x(i)$ . Como tal, o desfaseamento temporal que será utilizado para a reconstrução do espaço de fases, corresponde ao valor de  $L$  para o qual o IMM atinge o primeiro mínimo [11].

### 3.1.2 Escolha da dimensão de incorporação

A dimensão de incorporação global do espaço de reconstrução define-se como o número mínimo de coordenadas do espaço que permite uma representação correta da dinâmica do sistema. Esta dimensão é de extrema importância uma vez que permite abrir o atrator de modo a que as suas trajetórias não se intercetem, ou seja, que não haja intersecção das órbitas geradas pela série temporal.

Após pesquisa, verificou-se que o método mais utilizado para o cálculo da dimensão de incorporação é o método dos falsos vizinhos próximos. Este método estima a mudança média das distâncias entre qualquer ponto e o seu vizinho, quando aumenta a dimensão de incorporação. Este método é computacionalmente eficiente, não depende de quaisquer parâmetros subjetivos ou de quantos pontos de dados estão disponíveis.



Depois de calculado o desfasamento temporal ( $L$ ) no subcapítulo 3.1.1, iremos definir um ponto como sendo o ponto com distância euclidiana menor em relação a outro ponto  $y(k)$ . Esse ponto será o vizinho mais próximo de  $y(k)$  no espaço de fases. Esse ponto referido pode ser definido pela seguinte fórmula:

$$Y^{kk}(k) = \{x^{nn}(k), x^{nn}(k+L), \dots, x^{nn}(k+[d-1]L)\} \quad (3.5)$$

Considerando agora os ponto  $y(k)$  e o ponto  $y^{NN}(k)$  pode-se calcular o quadrado da distância euclidiana entre os dois pontos:

$$R_d^2(k) = \{x(k) - x^{NN}(k)\}^2 + \{x(k+L) - x^{NN}(k+L)\}^2 + \dots + \{x(k+[d-1]L) - x^{NN}(k+[d-1]L)\}^2 \quad (3.6)$$

Com o objetivo de verificar se este vizinho é um vizinho falso, ou não, necessitamos de comprovar que, se aumentarmos a dimensão de incorporação do atrator estes continuam a ser vizinhos, ou não. Uma vez que para um espaço de estados menor, o sistema mantém a dinâmica original. Como tal, iremos definir um critério que nos permite verificar se são falsos vizinhos ou não, numa dimensão  $d+1$ . Para tal, é necessário comparar as distâncias entre cada par de vetores nas duas dimensões. Se quando aumenta a dimensão de incorporação do espaço de fases reconstruído, a distância aumentar então conclui-se que estamos perante falsos vizinhos. Se tal não acontecer, estamos perante vizinhos verdadeiros. A seguinte fórmula permite-nos calcular o quadrado da distância euclidiana entre dois pontos na dimensão  $d+1$ :

$$R_{d+1}^2(k) = R_d^2(k) + \{x(k+dL) - x^{NN}(k+dL)\}^2 \quad (3.7)$$

Consequentemente, percebe-se que o acréscimo na distância euclidiana é:

$$A_{d+1}^2 = \{x(k+dL) - x^{NN}(k+dL)\}^2 \quad (3.8)$$

Após a obtenção das distâncias euclidianas estamos agora em condições de definir a condição que nos permite concluir se estes pontos são falsos vizinhos. Para estes pontos são falsos vizinhos, ao se aumentar a dimensão de imersão de  $d$  para  $d+1$ , a seguinte equação se confirmar.

$$\frac{A_{d+1}^2}{R_d^2(k)} > R_{Tol} \Leftrightarrow \frac{|x(k+dL) - x^{NN}(k+dL)|}{|R_d(k)|} > R_{Tol} \quad (3.9)$$

Onde  $R_{Tol}$  é considerado igual a 15, uma vez que este valor é o recomendado para definir um falso vizinho [14].

Para além da condição supracitada, é ainda considerada um outra condição para o caso das séries geradas por processos aleatórios. Nestas situações a condição anterior pode induzir à escolha de uma dimensão menor que a ideal. Para tal ser evitado, é usado um outro critério. Este critério

compara a distância entre dois pontos com o tamanho do atrator no espaço de fases. Tal critério está representado na seguinte fórmula:

$$\frac{R_{d+1}}{R_A} \geq A_{Tol} \quad (3.10)$$

Onde  $A_{Tol}$  é considerado igual a 2 e  $R_A$  é a medida do tamanho do atrator reconstruído e é calculado pela seguinte expressão:

$$R_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [s(k) - \bar{s}]^2 \quad (3.11)$$

Onde  $\bar{s}$  é a média aritmética dos valores da série.

Por último, após a avaliação de todos os pontos do espaço de fases, dos respectivos vizinhos e de todos os critérios serem cumpridos, a dimensão do espaço de estados ótima é aquela para a qual o número de falsos vizinhos tende para zero.

### 3.2 Expoentes de Lyapunov

Uma das propriedades para sistemas caóticos é a imprevisibilidade ou previsibilidade limitada da evolução futura de um sistema. O expoente de Lyapunov é um parâmetro que caracteriza a dinâmica de um atrator. Ou seja, caracterizam a instabilidade exponencial ou as taxas de divergência ou convergência de trajetórias que se encontram relativamente próximas no espaço de fases. Na prática, são apenas calculados os expoentes máximos, uma vez que é usado para a caracterização do movimento do sistema. De acordo com o valor dos expoentes máximos, podemos verificar a existência de caos:

Tabela 3.1: Expoentes máximos de Lyapunov correspondentes a cada tipo de movimento. Fonte: [8]

Tipo de movimento	Expoente Máximo de Lyapunov
Atrator de Ponto Fixo	$\lambda < 0$
Atrator Ciclo Limite	$\lambda = 0$
Caos determinístico	$0 < \lambda < \infty$
Ruído	$\lambda = \infty$

Como tal, a existência de pelo menos um expoente de Lyapunov positivo é um indício que o sistema apresenta caos.

### 3.3 Modelo de Previsão

Após obtermos a reconstrução do espaço de fases, estamos em condições de iniciar a previsão. Para tal pode-se construir o modelo de previsão na forma de mapas multidimensionais:

$$x(t+T) = f_T(x(t)) \quad (3.12)$$

Onde  $x(t)$  corresponde ao estado atual do sistema,  $x(t+T)$  é o estado ao sistema após um intervalo  $T$  e  $f_T$  é uma função de mapeamento. Surge agora o problema de encontrar uma boa expressão para  $f_T$ . Na figura 3.1 está representado um esquema que é aplicado para a construção e teste dos modelos de previsão.

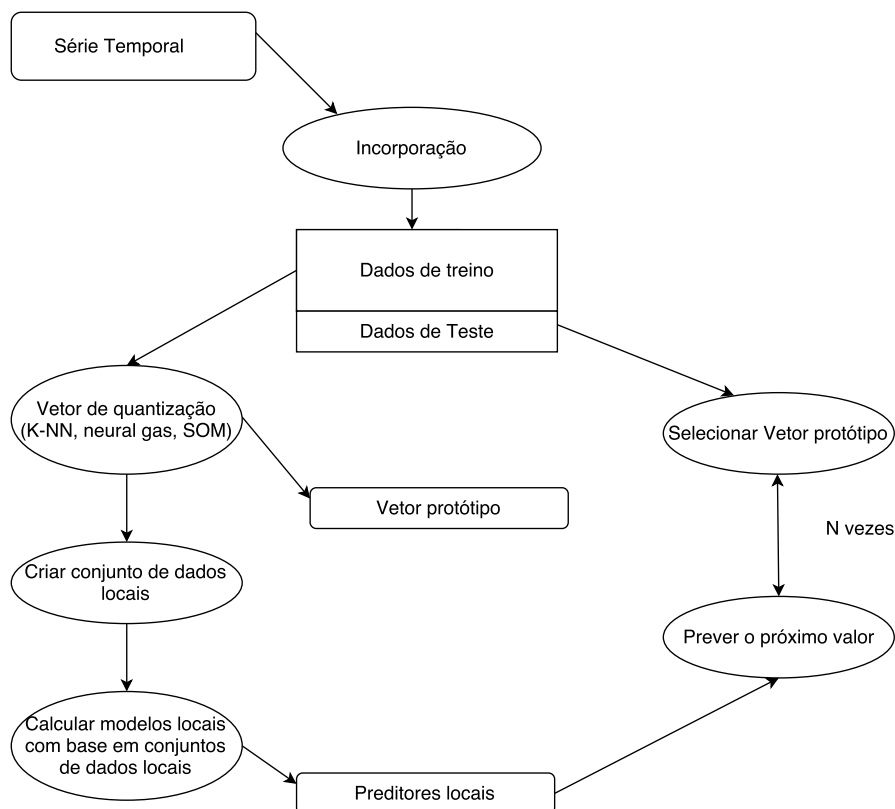


Figura 3.1: Esquema geral utilizado para a construção e teste de modelos preditivos. Fonte: [5]

De acordo com o diagrama da figura 3.1 será necessário dividir os dados de forma a obter um conjunto de treino e um conjunto de teste. O conjunto de treino será utilizado para o modelo preditivo, enquanto que o conjunto de teste são dados independentes que não foram usados no modelo, de modo a que depois possa ser feita uma comparação entre os valores reais e os previstos pelo modelo. Inicialmente, usando apenas o conjunto de treino, o espaço de fases é quantificado, podendo ser usados vários métodos especificados no diagrama 3.1. O método utilizado será o *k-nearest neighbors* (K-NN). Neste método são calculados um ou mais vizinhos que se encontram mais próximos de um vetor de estado inicial. A próxima iteração usa a imagem previamente calculada como novo vetor de estado inicial.

O sinal  $m$ -dimensional reconstruído no espaço de fases pode exibir uma grande variedade de trajetórias. Para prever  $K$  passos futuros a partir do último ponto vetorial  $m$ -dimensional  $\{x_N^m\}$  e todos os vizinhos próximos  $\{x_{NN}^m\}$  são calculados na vizinhança  $\varepsilon$  desse ponto.

De modo a perceber melhor este conceito, considera-se  $B_\varepsilon(x_N^m)$  o conjunto de pontos a uma distância  $\varepsilon$  do ponto  $\{x_N^m\}$ . Todos os pontos  $\{x_{NN}^m\}$  vêm de trajetórias anteriores do sistema. Como

tal, é possível seguir a sua evolução K-steps do futuro  $\{x_{NN+k}^m\}$  [6].

A previsão final para o ponto  $(x_N^m)$  é obtida pela média de todas as projeções de todos os vizinhos k-steps à frente do futuro, como se verifica na seguinte fórmula 3.13:

$$x_{N+k}^m = \frac{1}{|B_\varepsilon(x_{NN}^m)|} \sum_{x_{NN}^m \in B_\varepsilon(x_N^m)} x_{NN+k}^m \quad (3.13)$$

Onde  $B_\varepsilon(x_{NN}^m)$  é o número de vizinhos próximos do ponto  $\{x_N^m\}$ . O princípio de previsão pode ser observado na seguinte figura 3.2:

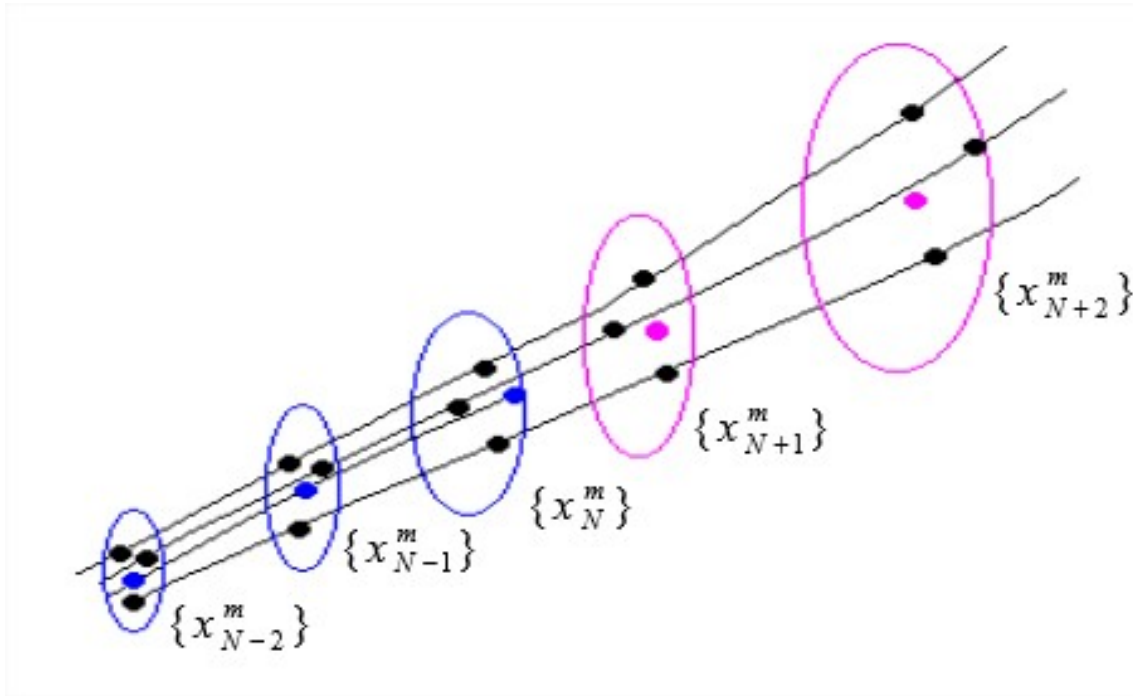


Figura 3.2: Princípio básico da previsão usando k-NN. Fonte: [6]

Onde os círculos azuis representam a  $\varepsilon$  vizinhança onde se encontram 3 vizinhos próximos (neste caso). O próximo passo é verificar se as projeções do ponto  $x_{NN}^m$  são também vizinhos das leituras anteriores.

### 3.4 Previsão usando Redes neurais

As famosas redes neurais são um modelo baseados em inteligência computacional. Estas são constituídas por unidades básicas de processamento interligada, denominados de neurónios. As redes podem ser:

- Estáticas - Quando a saída de cada neurónio depende apenas do seu valor atual de entrada;
- Dinâmicas - Quando no calculo do valor atual, têm acesso ao valor anterior. Neste caso, pode dizer-se que a rede tem capacidade de memória.

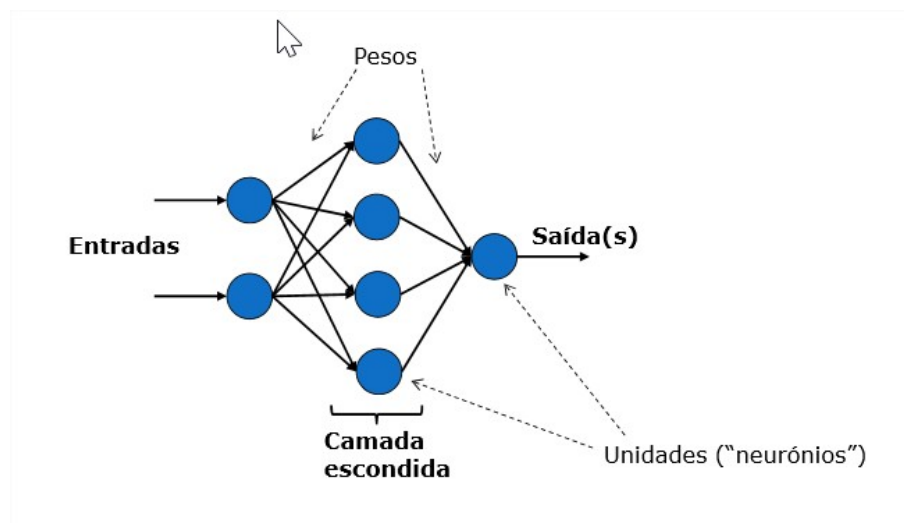


Figura 3.3: Estrutura de uma rede neural. Fonte: [7]

Como se pode verificar na figura 3.3, as redes neurais são constituídas por:

- Conjunto de entrada;
- Conjunto de neurónios;
- Conjunto de saída;

Onde cada rede pode ser constituída por vários neurónios em várias camadas.

Este tipo de redes têm a capacidade de aprendizagem. Nesta aprendizagem à descoberta dos parâmetros internos (pesos) da função transferência e aprende com base em [7]:

- Exemplos - Conjunto predefinido de pares de exemplos de entrada/saída;
- Ciclos de propagação/retropropagação/adaptação;

Neste tipo de métodos não é necessário conhecer a natureza da série de dados, uma vez que o processo de aprendizagem adquire características essenciais do conjunto de dados. As redes neurais têm a capacidade de adaptação e como tal, tem a possibilidade de aprendizagem da rede do tipo adaptativo, que permite uma aprendizagem em tempo real.

Por outro lado, para o treino da rede é necessário um grande conjunto de dados para treinar a rede.



## Capítulo 4

# Implementação

Neste capítulo, inicialmente será feita uma pequena descrição dos dados da série temporal utilizada. Posteriormente, será descrita a implementação em MATLAB os passos descritos no capítulo anterior [3](#) e apresentados os resultados obtidos, tal como pequenas conclusões.

### 4.1 Série temporal de preços MIBEL

Uma série temporal pode ser definida como um conjunto de observações feitas ao longo do tempo, de uma forma sequencial. Neste tipo de série, ao contrário de outros tipos de dados, a ordem das observações é importante, uma vez que neste tipo de séries as observações vizinhas serão dependentes e no nosso caso, estamos interessados em analisar e modelar esta dependência.

Os dados utilizados são referentes ao mercado MIBEL, no ano de 2013. A taxa de amostragem é de  $\Delta t=1$  hora. Temos uma série de tempo para o período compreendido entre o dia 1 de Janeiro de 2013 a 31 de Dezembro de 2013, totalizando 8760 observações, que serão utilizadas no nosso estudo. Os dados fornecidos para além da série temporal do preço, temos também informação complementar referente à quantidade de produção através de carvão, de fuel, de gás natural, produção em albufeiras, em fios de água, à importação, exportação e bombagem. Além disso temos também informação com as várias produções em regime especial como eólica, térmica, hidráulica, fotovoltaica e ondas. Por último, temos também o valor do consumo em cada hora do período especificado anteriormente.

Na figura seguinte [4.1](#), pode ser observada a evolução temporal dos preços.

De referir que são utilizados 8760 observações, onde os preços variam entre 0 e 112 €/MWh. Com o histograma [4.2](#), pode-se visualizar a distribuição dos preços, verificando qual o preço mais comum e concluindo que este não apresenta uma distribuição normal, apresentando uma assimetria negativa.

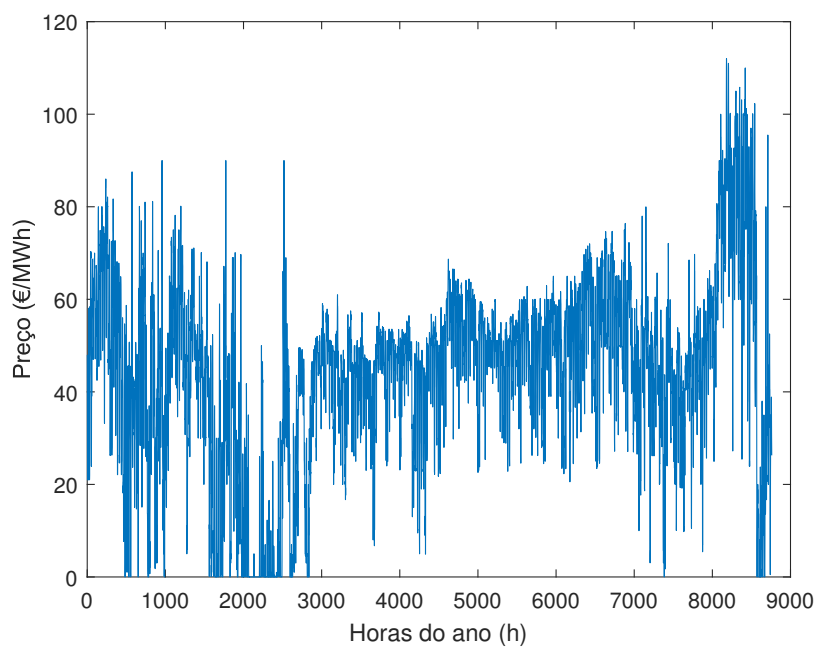


Figura 4.1: Evolução temporal dos preços de eletricidade

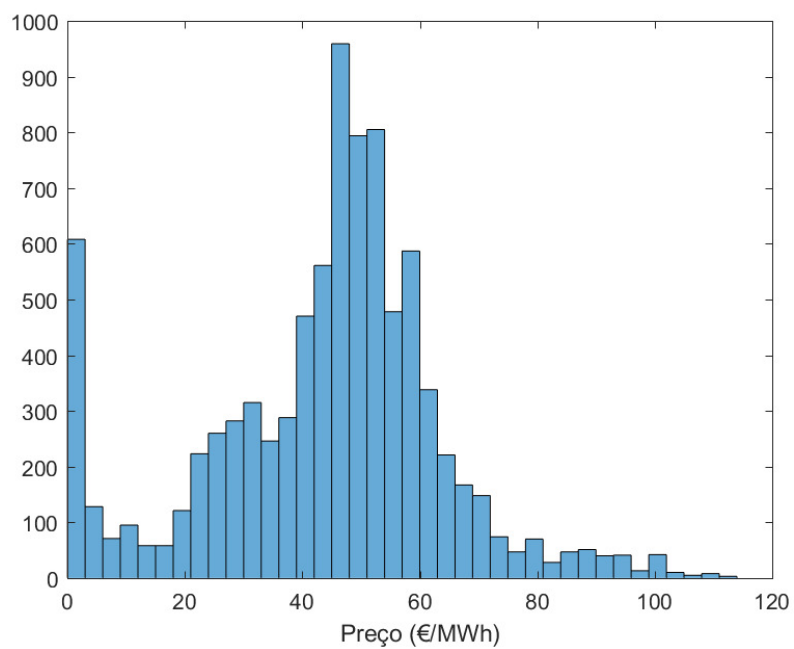


Figura 4.2: Histograma representativo da série temporal



## 4.2 Reconstrução do espaço de fases

Para proceder à reconstrução do espaço de fases é necessário determinar o valor do desfasamento temporal e da dimensão de incorporação. Inicialmente, foi necessário dividir a série temporal, de modo a que fosse possível criar um conjunto de treino e um conjunto de teste. Decidiu-se dividir a série de modo a que o conjunto de treino fosse cerca de  $2/3$  da série original e consequentemente, o conjunto de teste cerca de  $1/3$ . Como tal, o conjunto de treino terá 5840 observações, ficando o conjunto de teste com 2920 observações.

### 4.2.1 Escolha do desfasamento temporal

Para determinar o valor a utilizar para o desfasamento temporal, foi utilizado o método da Informação Mútua Média. Para tal, utilizou-se uma função, implementada por Alexandros Leontitsis, que se encontra disponível em [15]. Para que fosse possível a obtenção do valor do desfasamento temporal que minimiza a IMM, foi necessário adicionalmente, criar um vetor com o tamanho da série, de modo a que a função implementada percorresse todos os valores possíveis e calcula-se o respetivo valor de IMM. Como tal, obteve-se o gráfico representado na figura 4.3.

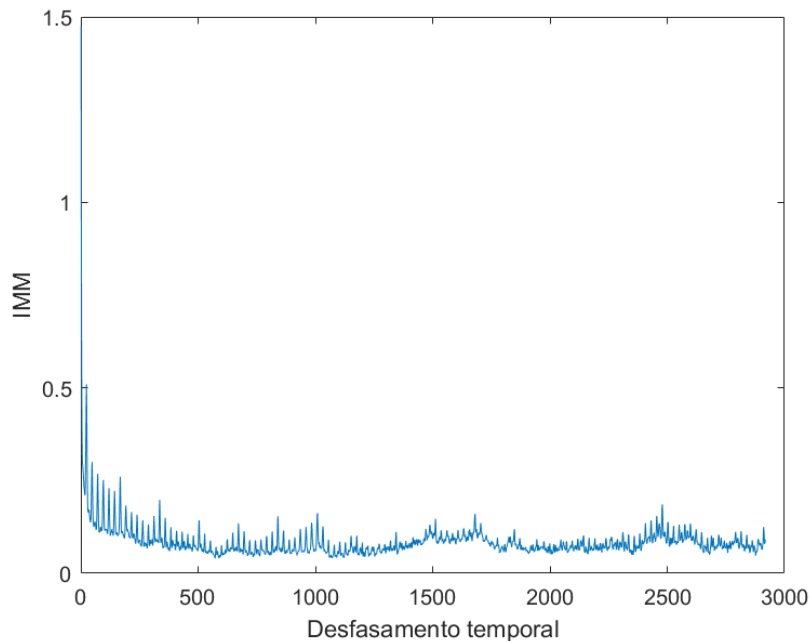


Figura 4.3: Informação mútua média

Após a obtenção da informação mútua média, em função do desfasamento, foi possível verificar qual o valor de  $L$  para o qual o IMM atinge o valor mínimo. Utilizando a função do MATLAB  $[Y,I]=\min(IMM)$  são retornados os seguintes valores que nos dão o valor do desfasamento temporal. Esse mínimo é obtido para  $L=572$ , o que corresponde a um valor de IMM de 0.0403.

### 4.2.2 Escolha da dimensão de incorporação

Prosseguindo para a determinação da dimensão de incorporação aplicou-se o método descrito anteriormente. Para tal, recorreu-se novamente a função MATLAB, implementada por Mirwais da Universidade de Ankara. Esta ferramenta, está disponível em [16]. Para a determinação da dimensão utilizou-se  $L=572$  (calculado anteriormente em 4.2.1),  $R_{Tol} = 15$  e  $A_{Tol} = 2$ . Obteve-se então o seguinte gráfico 4.4:

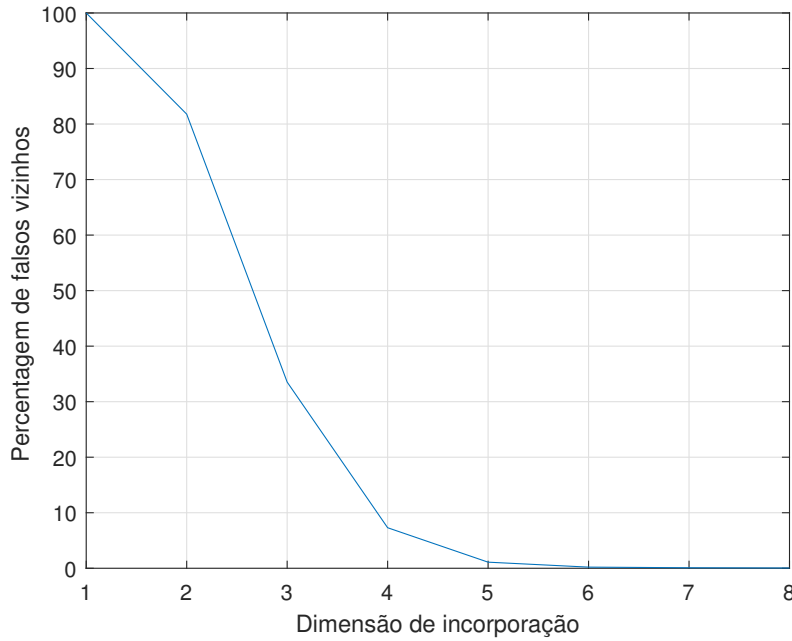


Figura 4.4: Dimensão de incorporação mínima com o método dos falsos vizinhos

Tal como referido anteriormente, a dimensão de incorporação ótima é aquela para a qual o número de falsos vizinhos tende para zero. Observando o gráfico da imagem 4.4, verifica-se que a percentagem de falsos vizinhos tende para zero para uma dimensão de incorporação igual a 6. Como tal, na reconstrução do espaço de fases considera-se  $d=6$ .

### 4.2.3 Espaço de fases

Tendo os valores do desfasamento temporal e da dimensão de incorporação no espaço de fases, é agora possível fazer a reconstrução do espaço de fases recorrendo ao teorema da incorporação descrito no capítulo anterior 3.1, onde nos permite reconstruir o espaço de fases de uma trajetória a partir da medição de apenas uma variável.

De modo a obter os vetores de estados que irão definir o espaço de fases, recorreu-se novamente ao software MATLAB, usando uma função retirada de uma toolbox (*Chaotic System Toolbox*), originalmente criada por Alexandros Leontitsis [17]. Com a reconstrução obteve-se uma reconstrução do espaço de fases de dimensões  $2980 \times 6$ .

## Capítulo 5

# Previsão

Este capítulo irá incidir na previsão usando diferentes valores para a previsão, sendo inicialmente feita previsão com os valores da reconstrução do espaço de fases. Posteriormente, será realizada uma previsão em que os valores considerados são os valores reais das variáveis especificadas em 4.1. No final, será realizada ainda uma comparação utilizando redes neurais.

### 5.1 Previsão das 24 horas seguintes

Nesta secção será utilizado o método do K-NN, recorrendo a uma nova ferramenta que pode ser compilada e executada no MATLAB. Esta nova ferramenta é conhecida por TSTOOL 1.2 [18]. Nesta TSTOOL existem várias funções para previsão. No entanto, a única usada neste trabalho é a função "*predict*". Esta função usa o espaço de fases para prever usando o método K-NN. Os algoritmos existentes nesta função calculam um ou mais vizinhos, que se encontram próximos de um vetor de estado inicial. Posteriormente, as imagens dos vizinhos, que se encontram mais próximos, são utilizadas para estimar a imagem do vetor de estado inicial. Na iteração seguinte, usa a imagem calculada como novo vetor de estado inicial. Para a utilização desta função "*predict*" é necessário especificar alguns parâmetros:

- Matriz dupla de dimensões N por D que contém as coordenadas do conjunto de pontos;
- *Lenght* - Número de iterações que corresponde ao comprimento da previsão;
- Número de vizinhos próximos a considerar;
- Número do passo da previsão;
- Método para estimar a imagem do vetor do estado inicial.

Nesta último tópico, estão possíveis 4 métodos de computação de saída da previsão. Estes métodos são denominados de 0 a 4, correspondendo cada um deles a:

- 0 - Os vetores de saída são uma média das imagens dos vizinhos mais próximos;

- 1 - Os vetores de saída são a média ponderada das distâncias das imagens dos vizinhos mais próximos;
- 2 - Os vetores de saída são calculados com base no fluxo local, usando a média das imagens dos vizinhos;
- 3 - Os vetores de saída são calculados com base no fluxo local, usando a média ponderada das imagens dos vizinhos;

Após a análise desta função é necessário verificar que valores de número de vizinhos próximos, número do passo de iteração e que método é que nos fornece uma melhor previsão. Para tal, foi implementado um script MATLAB, que pode ser visualizado no anexo A. Este script tem como intuito percorrer vários valores para as 3 variáveis i, j e k respetivamente de modo a que seja possível otimizar o processo de forma a que seja escolhida a previsão que apresenta menor erro. O erro utilizado e que serve como critério para encontrar a melhor previsão é o RMS (*Root mean square*). Este erro é já um função implícita do MATLAB [19] que calcula o erro com base na seguinte fórmula:

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |X_n|^2} \quad (5.1)$$

Onde  $X_n$  representa o vetor da diferença entre o valor real e o valor previsto.

O script para a previsão das 24h seguintes, pode ser visualizado no anexo A. Neste script, são previstas várias soluções para os vários valores de i, j e k, onde o erro RMS mínimo é definido inicialmente como infinito e depois é comparado com o erro de cada previsão. Sempre que o erro é menor que infinito, este atualiza o valor do erro RMS mínimo, para esse valor. Assim, é possível verificar para que valores de i, j e k tem a melhor previsão, tal como o erro mínimo que é possível obter com este tipo de método. Por último, é de referir que o foi usado o erro RMS, como forma de comparação dos resultados, e como parâmetro estatístico de obter a melhor previsão.

### 5.1.1 Previsão com a reconstrução do espaço de fases

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos pelo método anteriormente descrito 5.1 em que se considerou como primeiro parâmetro a matriz que será utilizada para a previsão, a matriz que contém a reconstrução do espaço de fases obtida anteriormente 4.2.3. Compilando o script MATLAB feito em conjunto com a função predict e fazendo variar i de 1 a 16, j de 1 a 6 e k de 0 a 3, obteve-se uma melhor previsão para: .

- Número de vizinhos próximos:12;
- Número de passos: 2;
- Método para estimação: 3;

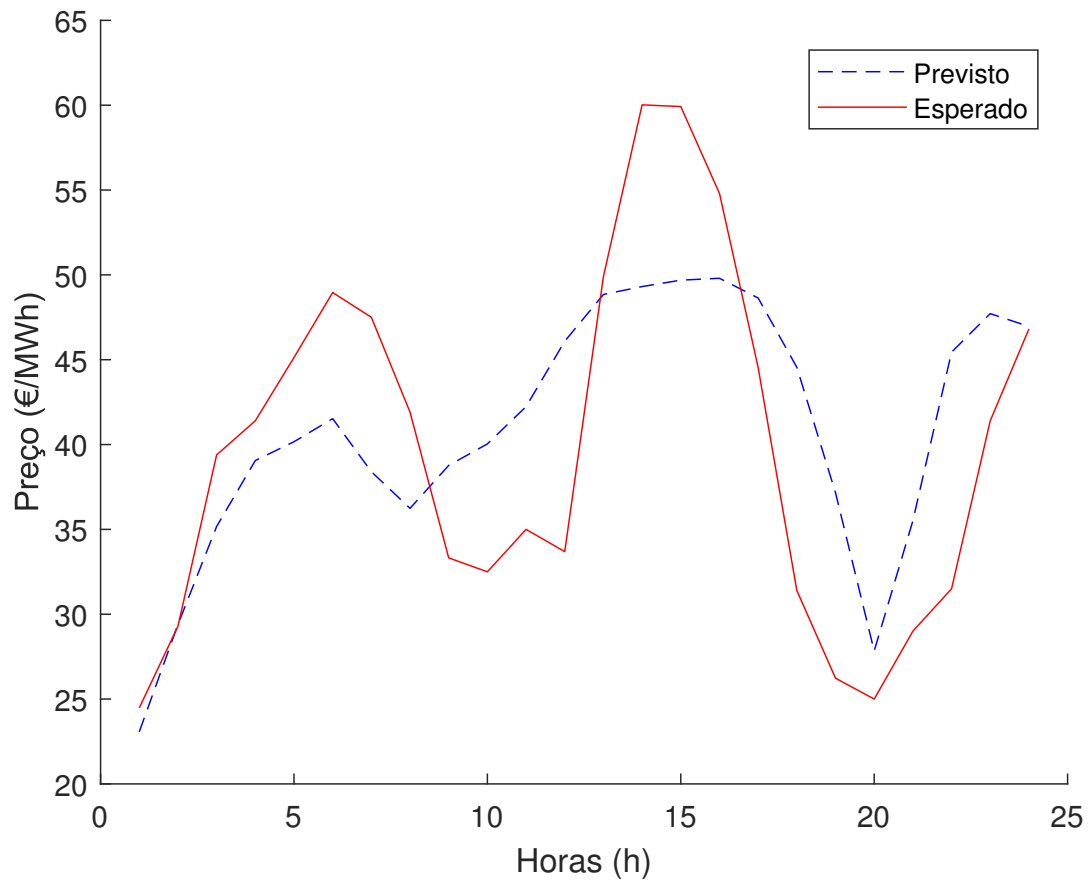


Figura 5.1: Preços previstos e os reais para as 24h seguintes, usando reconstrução do espaço de fases, com o método K-NN

Para uma melhor visualização da previsão, apresenta-se o seguinte gráfico 5.1 que se pode observar a curva dos valores reais (vermelho) em comparação com a previsão (azul).

Neste exemplo a previsão apresenta um erro RMS de cerca de 7,5062.

De notar que este dia é apenas um exemplo de previsão das próximas 24h, podendo existir um dia com melhor previsão utilizando este método.

### 5.1.2 Previsão direta com o método K-NN

Como forma de comparação foi utilizado o mesmo método dos K-NN para prever os próximas 24 horas, mas sem utilizar a reconstrução do espaço de fases como matriz utilizada na função *predict*. Ou seja, neste caso a matriz  $N \times D$  inserida, foi os valores das variáveis reais fornecidas, sendo usadas as variáveis descritas na secção 4.1. Ou seja, a matriz  $N \times D$  inserida foi uma matriz  $5840 \times 16$ , onde cada coluna corresponde aos valores da produção através de carvão, fuel, gás natural, produção em albufeiras, em fios de água, à importação, exportação, bombagem, produção de

hídrica, térmica, eólica, fotovoltaica, ondas. Para além das enumeradas anteriormente considerou-se ainda a produção em regime especial (total), consumo e preço. De notar que estes valores são referentes a todas as horas do intervalo definido. Foi então, obtido o seguinte gráfico que apresenta os resultados da previsão em comparação com os valores reais.

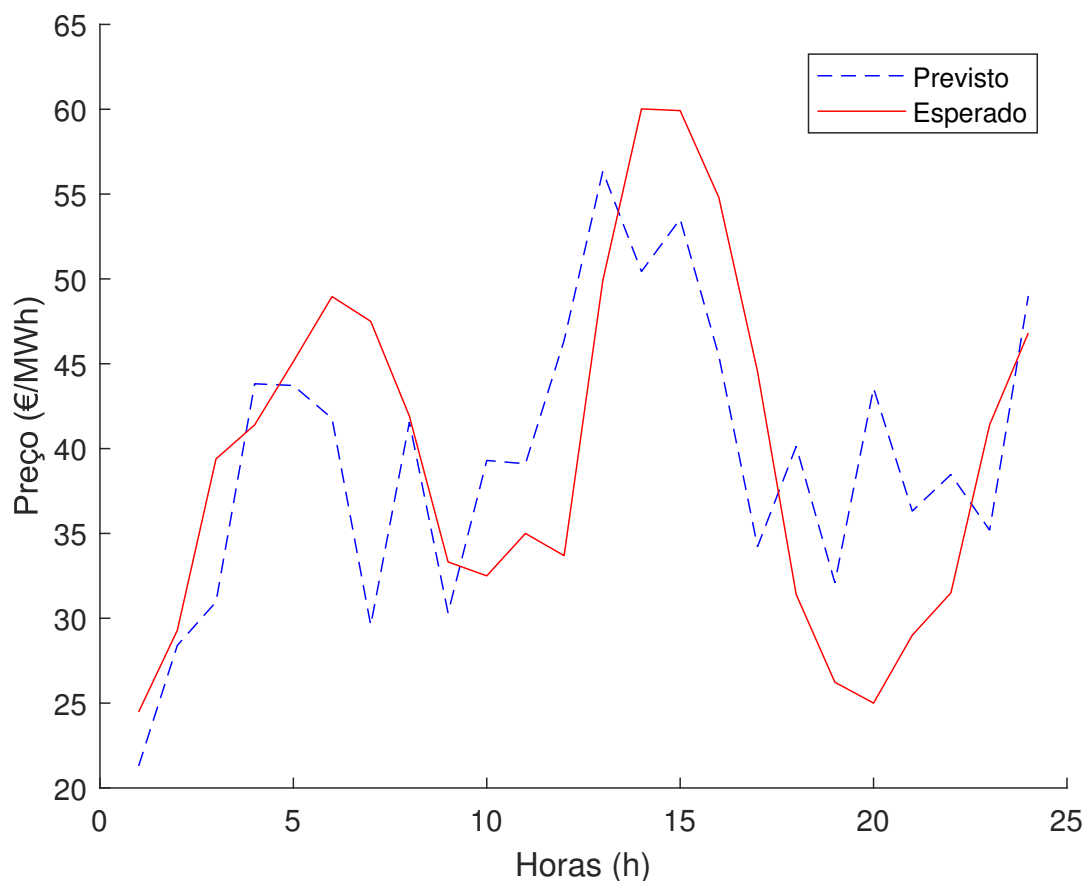


Figura 5.2: Preços previstos e os reais para as 24h seguintes, usando o método K-NN

Com estes novos valores e estando  $i$ ,  $j$  e  $k$  nos mesmos limites da previsão anterior 5.1.1, a melhor previsão ocorreu para:

- Número de vizinhos próximos: 15;
- Número de passos: 5;
- Método para estimação: 1;

Tendo sido obtido um erro RMS de cerca de 8,3271.

Mais uma vez este dia é apenas um exemplo o que não corresponde ao menor erro que se pode obter. O dia previsto com este método é o mesmo que o utilizado em 5.1.1.

### 5.1.3 Previsão utilizando redes neuronais

Para a previsão utilizando redes neuronais, recorreu-se à Toolbox do MATLAB "Neural Network Toolbox". Esta toolbox é capaz de treinar a rede para uma futura previsão. Neste caso, foi necessário inserir os "inputs" e os respetivos "targets". Nesta previsão foram utilizadas as mesmas entradas que na previsão direta com o método K-NN 5.1.2 para uma posterior comparação. Para além disso, é também necessário colocar o número de neurónios que se pretende utilizar e, por fim, treinar a rede para obter os resultados da previsão.

Para esta previsão foram utilizadas as mesmas variáveis que na secção anterior 5.1.2. O número de neurónios utilizado foi obtido usando a expressão  $2n+1$ , onde  $n$  é o número de entradas utilizadas para o treino. Foi utilizada apenas uma camada de neurónios.

Após o treino da rede, respetiva validação e teste obteve-se a seguinte previsão.

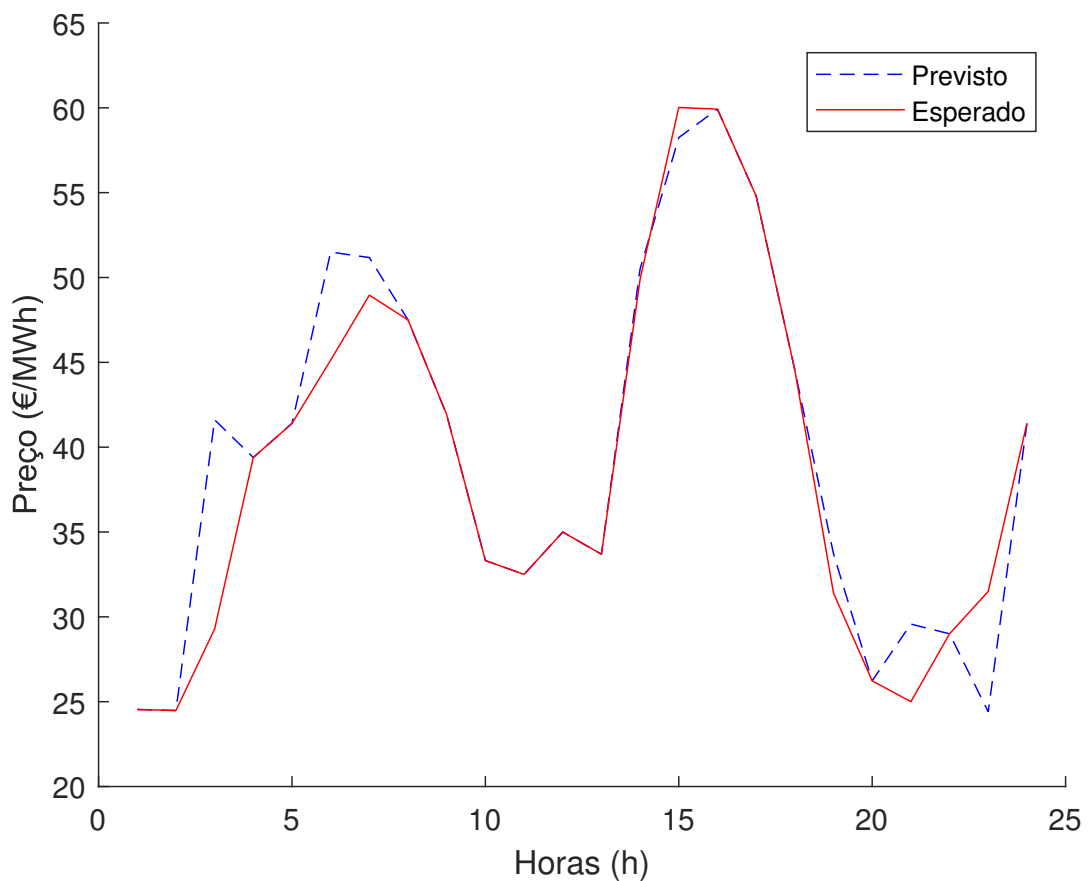


Figura 5.3: Preços previstos e os reais para as 24h seguintes usando redes neuronais

O erro RMS obtido é cerca de 3.3998. O dia demonstrado é o mesmo dia que as previsões anteriores 5.1.1 e 5.1.2 de modo a que possa ser feita uma comparação.

## 5.2 Desempenho em todo o conjunto de teste

Nesta secção serão apresentados resultados para a previsão com os diferentes métodos (k-NN e redes neurais) para todo o conjunto de teste.

Usando o método K-NN para a previsão a longo prazo surgiu o problema de esta previsão tender para um valor fixo, o que era expectável uma vez que os valores de entrada utilizados para o método não eram atualizados. Para resolver esta situação, implementou-se uma nova metodologia sequencial, que basicamente, prevê as 24 horas seguintes dos valores iniciais, e após essa previsão a série original é incrementada 24 valores correspondentes as 24h reais dos dados anteriormente previstos. Os valores previstos são acumulados num vetor de modo a que no final esses valores sejam comparáveis com os valores reais. Esta metodologia foi associada ao script utilizado anteriormente 5.1, onde foi criado um novo script onde também foi acrescentada uma nova variável correspondente ao número de dias que se pretende prever. Tal script, pode ser visualizado no anexo B.

### 5.2.1 Previsão com a reconstrução do espaço de fases do conjunto de teste

Nesta secção, foi necessário reconstruir o espaço de fases para cada 24 horas. Ou seja, para a obtenção de resultados para esta previsão a cada 24 horas, foi necessário recalculer o espaço de fases para cada incrementação de 24 horas. Uma vez que a reconstrução varia de acordo com a série de valores utilizados, é necessário para 24h recalculer o espaço de fases. De modo a automatizar este processo, foi associado um script MATLAB B, onde são recalculados os valores do desfasamento temporal e da dimensão de incorporação de 24 em 24 horas, para depois obter o respetivo espaço de fases. Após obter este espaço de fases é então utilizada a função *predict* para prever as 24h seguinte. Este método é utilizado para um valor de *e* entre 0 e 121, correspondente ao número de dias do conjunto de teste. No geral, são recalculados os valores do desfasamento temporal, dimensão de incorporação e respetiva espaço de fases 122 vezes.

Após obter os 122 desfasamentos temporais, as 122 dimensões de incorporação e as 122 reconstrução do espaço de fases, foi possível obter os valores da previsão que foram acumulados num vetor denominado de *prevtot*. É esse vetor que será comparado com os valores reais da série de modo a poder obter o respetivo erro.

De notar que esta previsão continua a ser previsão para as próximas 24 horas.



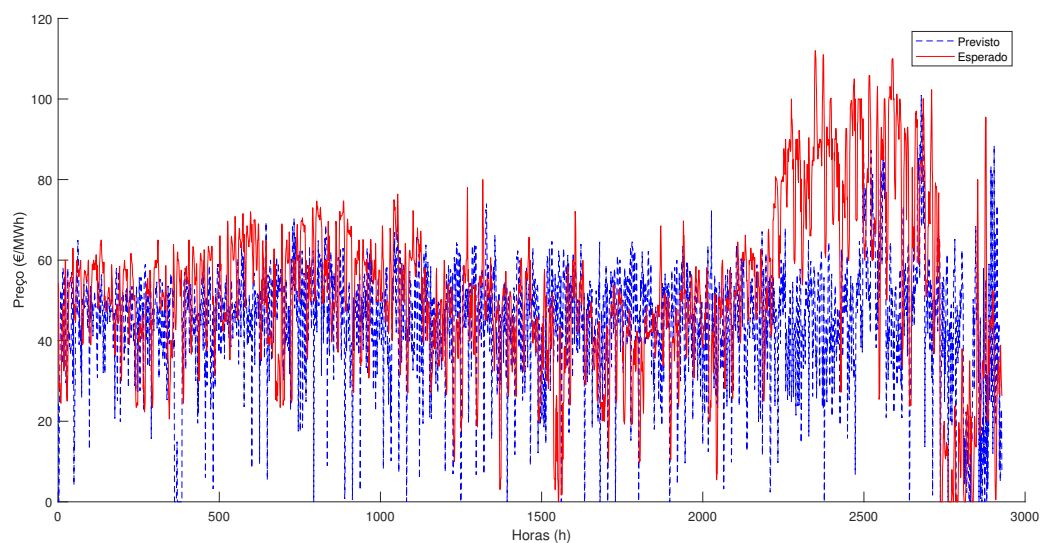


Figura 5.4: Preços previstos e os reais para o conjunto de teste usando a reconstrução do espaço de fases

O erro obtido para a previsão do conjunto de teste é 23,5326.

### 5.2.2 Previsão do conjunto de teste utilizando os dados das variáveis fornecidas

Tal como anteriormente, será utilizado o método K-NN para a previsão, mas neste caso não será utilizada a reconstrução do espaço de fases, serão utilizados os valores das variáveis especificadas em 5.1.2. Nesta secção também será feita uma previsão de 24 em 24 horas, onde após cada previsão de 24 horas, a série utilizada na função *predict*, é atualizada acrescentando os 24 valores reais, correspondentes à 24 horas anteriormente previstas. O script MATLAB feito está apresentado no anexo B.2. Na figura seguinte 5.5 é possível visualizar os resultados obtidos.

Após previsão, foi obtido o erro RMS de 22,6641.

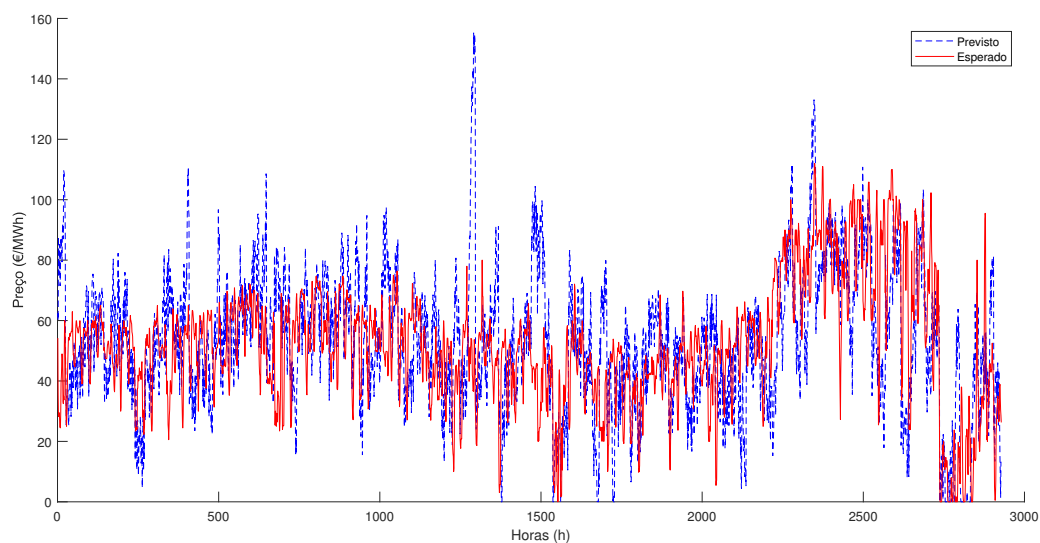


Figura 5.5: Preços previstos e os reais do conjunto de teste usando o método do K-NN

### 5.2.3 Previsão do conjunto de teste utilizando redes neuronais

Usando de novo a Toolbox de redes neuronais no MATLAB e usando como entradas as variáveis referidas anteriormente e tal como anteriormente incrementar o valor dos valores reais das previsões anteriores, conseguiu-se prever o resto da série, tendo obtido o seguinte figura 5.6. Usando este método e para um período mais alargado, foi obtido um erro RMS de 6,2477.

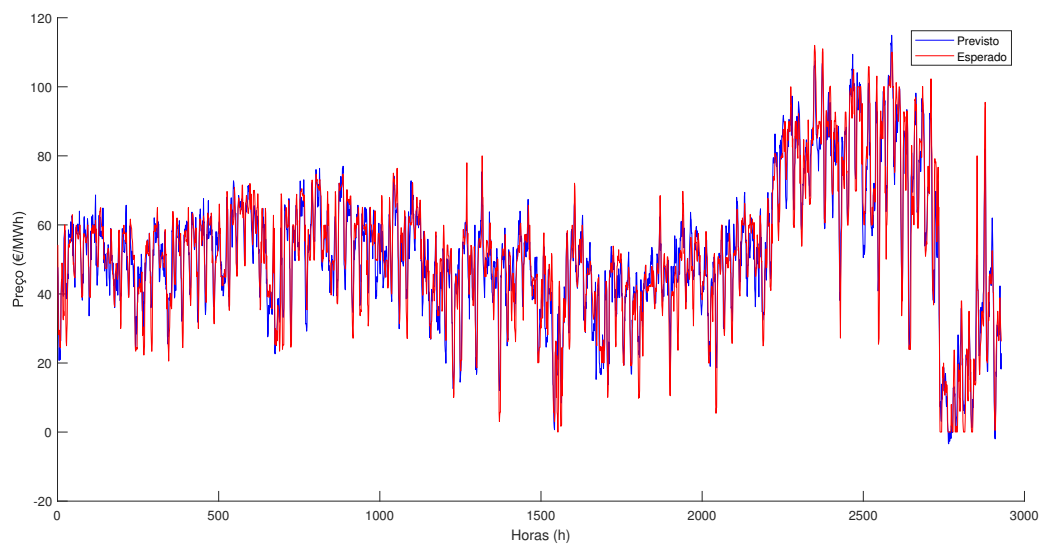


Figura 5.6: Preços previstos e os reais usando redes neuronais

### 5.3 Comparação de resultados

Após obtenção dos resultados para os vários métodos e para os dois períodos considerados, será feita um pequeno comentário. Com a previsão apenas das 24h seguintes os melhores resultados são obtidos para a previsão com redes neuronais. Em comparação entre o método dos K-NN usando as diferentes variáveis, comprova-se que ocorre uma melhor previsão usando a reconstrução do espaço de fases da série. Este facto pode ser explicado pelo facto de a dimensão de incorporação e desfasamento temporal serem calculado de forma a que a reconstrução seja ótima. Como se pode verificar, a previsão utilizando o método K-NN com os valores das variáveis reais, verifica-se que embora o erro seja o pior de entre os métodos, este apresenta uma previsão com menos turbulência. Isto é, o erro oscila menos que no primeiro método, não apresentando muitos valores extremos de preços. Quanto à previsão do conjunto de teste, embora estes sejam previsto de 24 em 24 horas, usando os valores reais das 24 horas anteriores estes apresentam erros maiores. Tal pode ser explicado pelo facto de os valores previstos serem da parte final do ano considerado e os valores utilizados para esta previsão serem da primeira parte do ano, para o qual os valores diferem consideravelmente, uma vez que os preços de mercado, variam de acordo com a época do ano em que se encontra e tendem a apresentar comportamentos mais imprevisíveis na parte final do ano. De notar que na previsão usando o método K-NN 5.5 ocorre um pico no valor do preço. Este valor é uma excepção do que ocorre no resto das horas, o que influencia o valor do erro RMS, incrementando-o. Quanto à previsão usando redes neuronais, este apresenta melhores resultados uma vez que a rede é treinada para prever os próximos valores. Estes apresentam bons resultados uma vez que são introduzidos os valores reais de todas as variáveis.

Tabela 5.1: Valores do erro para o conjunto de teste

K-NN com reconstrução	23,5326
K-NN com os variáveis reais	22,6641
Redes Neuronais	6,2477



## Capítulo 6

# Conclusões e Trabalho Futuro

O trabalho desenvolvido permitiu concluir que o uso da Teoria do Caos para a previsão não é o método mais eficiente para a previsão de preços de eletricidade. Os valores obtidos apresentam erros relativamente altos o que pode ser justificado pelo facto do número de amostras não ser suficientemente significativo. Para além disso, o conjunto utilizado como treino apresenta valores apenas dos primeiros 8 meses do ano, o que corresponde a épocas do ano diferentes do utilizado no conjunto de teste, que corresponde aos últimos 4 meses do ano, embora sejam consideradas as mesmas condições para todas as técnicas. O método que apresenta um erro menor e que cujas previsões se assemelham mais à realidade é o baseado em redes neuronais.

De notar que técnicas com o uso de redes neuronais está bastante divulgado existindo ferramentas já disponíveis para a previsão, como por exemplo a ferramenta nftool do MATLAB. No caso da Teoria do Caos, é bastante complicado obter um software, o que obriga a desenvolver algum código suplementar.

Como trabalho futuro, sugere-se a previsão considerando séries com mais observações. Ou seja, considerando vários anos onde seja possível comparar por épocas do ano (diferenciar verão de inverno). Sugere-se também a consideração de outro tipo de variáveis e a utilização de outro método de quantificação.



## Anexo A

# Script para previsão das próximas 24h

```
close all
erro_rms_min = inf;
for i = 1:16
    for j = 1:6
        for k = 0:3
            prev=predict(quedar,24, i, j, k);
            prev=prev(:,15);
            erro=prev-esperado;
            erro_rms=rms(erro);
            erro_std=std(erro);
            if erro_rms<=erro_rms_min
                best_prev_rms = prev;
                erro_rms_min=erro_rms;
                i_rms = i;
                j_rms = j;
                k_rms = k;
            end
        end
    end
end
horas = 1:24;
hold on;
plot(horas, best_prev_rms, 'b', 'LineStyle','--');
plot(horas, esperado, 'r');
hold off;
```





## Anexo B

# Script para previsão do desempenho do conjunto de teste

### B.1 Previsão do conjunto de teste usando reconstrução do espaço de fases

```
close all
clear
load original
serie=original(1:5833,:);
erro_rms_min = inf;
for e= 0:121
    serie=original(1:(5833+e*24),:);
    n=size(serie);
    l=[1:n]
    des=mai(serie,l);
    [Y L]=min(des);
    h=10;
    d=fnn_deneme(serie,L,h,15,2)
    for t=1:h
        if d(t)==0
            indice=t;
            break
        end
    end

    fase=chaotic(serie,t,L);
```

```

for i = 1:8
    for j = 1:4
        for k = 0:3
            prev=predict(fase,24, i, j, k);
            prev=prev(:,t);
            prevtot((e*24+1):(e+1)*24)=prev;
            for o=1:length(prevtot)
                if prevtot(o)<0
                    prevtot(o)=0;
                end
            end
            serie=original(1+e*24:(5833+e*24),:);
            esperado=original(5833+e*24:5833+(e+1)*24-1,1);
            esperado=esperado';
            erro=prev-esperado;
            erro_rms=rms(erro);
            erro_std=std(erro);
            if erro_rms<=erro_rms_min
                best_prev_rms = prev;
                erro_rms_min=erro_rms;
                i_rms = i;
                j_rms = j;
                k_rms = k;
                e_min=e;
            end
        end
    end
end
end
end

```

## B.2 Previsão do conjunto de teste usando o método K-NN

```

close all
clear
load original
serie=original(1:5833,:);
erro_rms_min = inf;
    for e= 0:121
        for i = 1:8
            for j = 1:4
                for k = 0:3
                    prev=predict(serie,24,i,j,k);
                    prev=prev(:,16);
                    prevtot((e*24+1):(e+1)*24)=prev;
                    for o=1:length(prevtot)
                        if prevtot(o)<0
                            prevtot(o)=0;
                        end
                    end
                    end
                    serie=original(1+e*24:(5833+e*24),:);
                    esperado=original(5833+e*24:5833+(e+1)*24-1,16);
                    esperado=esperado';
                    erro=prev-esperado;
                    erro_rms=rms(erro);
                    erro_std=std(erro);
                    if erro_rms<=erro_rms_min
                        best_prev_rms = prev;
                        erro_rms_min=erro_rms;
                        i_rms = i;
                        j_rms = j;
                        k_rms = k;
                        e_min=e;
                    end
                end
            end
        end
    end
end
end
end

```



# Referências

- [1] Christian Oestreicher. A history of chaos theory. Em *Dialogues in Clinical Neuroscience*, volume 9, páginas 279–289. 2007.
- [2] Logistische Gleichung - bio-physics-wiki. URL: [http://www.bio-physics.at/wiki/index.php?title=Logistische\\_Gleichung](http://www.bio-physics.at/wiki/index.php?title=Logistische_Gleichung).
- [3] Portal ERSE - Mercado Diário. URL: <http://www.erse.pt/pt/supervisaodemercados/mercadodeelectricidade/mercadodiario/Paginas/default.aspx>.
- [4] Sanjeev Kumar Aggarwal, Lalit Mohan Saini, e Ashwani Kumar. Electricity price forecasting in deregulated markets: A review and evaluation. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 31(1):13–22, 2009. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijepes.2008.09.003>, doi:10.1016/j.ijepes.2008.09.003.
- [5] DP Solomatine, C Rojas, S Velickov, e H Wust. Chaos theory in predicting surge water levels in the North Sea. 2000.
- [6] Eleftherios Ioannis Thalassinos, Mike P. Haniyas, Panayiotis G. Curtis, e Yannis E. Thalassinos. Chaos theory: forecasting the freight rate of an oil tanker. *International Journal of Computational Economics and Econometrics*, 1(1):76–88, 2009. URL: <http://econpapers.repec.org/RePEc:ids:ijcome:v:1:y:2009:i:1:p:76-88>.
- [7] Rede Neuronal. 7.4 Rede Neuronal.
- [8] Michael Siek. *Predicting Storm Surges*. 2011.
- [9] Marcelo Amorim Savi. *Dinâmica não-linear e caos*. 2006.
- [10] Instituto De Química. *Comportamento Dinâmico Complexo em Despelamento de Fitas Adesivas*. Tese de doutoramento, 2001.
- [11] Richard Moisés e Alves Pinto. *Análise de Séries Temporais Através de Representações do Espaço de Fases*. Tese de doutoramento, 2009.
- [12] Liane Werner, José Luis, e Duarte Ribeiro. Previsão De Demanda: Uma Aplicação Dos Modelos Box- Jenkins Na Área De Assistência Técnica De Computadores Pessoais. Número 1. 2003. URL: <http://www.scielo.br/pdf/gp/v10n1/a05v10n1>.
- [13] Cláudio Monteiro. O problema da previsão de consumos. URL: <http://slideplayer.com.br/slide/1251068/>.
- [14] HDI Abarbanel. *Analysis of observed chaotic data*, volume 39. 1996. doi:10.2307/1271140.

- [15] Alexandros Leontitsis. Mutual Average Information - File Exchange - MATLAB Central. URL: [https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/880-mutual-average-information?s\\_tid=srchtitle](https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/880-mutual-average-information?s_tid=srchtitle).
- [16] mirwais e Ankara University. Minimum embedding dimension - File Exchange - MATLAB Central. URL: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/37239-minimum-embedding-dimension?focused=5235289&tab=function>.
- [17] Alexandros Leontitsis. Chaotic Systems Toolbox - File Exchange - MATLAB Central. URL: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/1597-chaotic-systems-toolbox>.
- [18] TSTOOL Home Page. URL: <http://www.physik3.gwdg.de/tstool/>.
- [19] Root-mean-square level - MATLAB rms. URL: <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/rms.html>.